

فصل اول

هندسه تحلیلی و جبر

درس اول: هندسه تحلیلی

یادآوری و تکمیل معادله خط

(۱) از هر دو نقطه متمایز فقط یک خط عبور می‌کند و معادله یک خط در واقع رابطه‌ای بین x و y که در تمام آن خط برقرار است.

مثال (۱): در تمام نقاط خط $y = 3x + 1$ ، عرض هر نقطه از سه برابر طول آن نقطه، یک واحد بیشتر است و هر نقطه‌ای که بین طول و عرض آن چنین رابطه‌ای وجود داشته باشد، روی این خط است. $A(2, 7)$ روی خط می‌باشد و $B(-2, -7)$ روی این خط نیست.

(۲) نمایش کلی هر خط به صورت $y = mx + h$ است که m را شیب و h را عرض از مبدأ خط می‌گویند و برای رسم هر خط به دو نقطه‌ی آن نیاز داریم. **توجه:** از هر دو نقطه متمایز فقط یک خط عبور می‌کند.

تست ۲: خط به معادله $y = -2x + 3$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

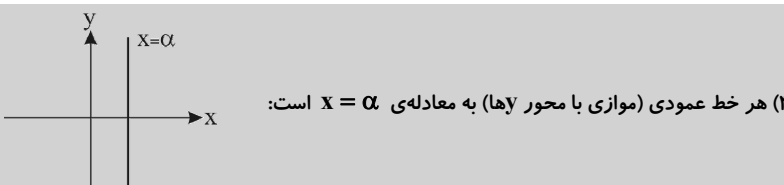
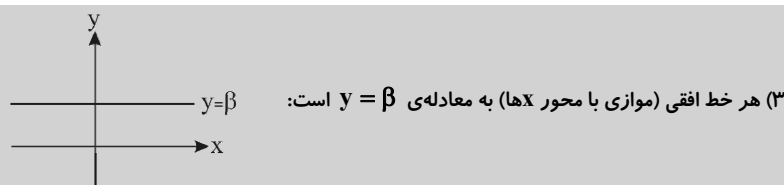
(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

پاسخ: ()



(۵) اگر مختصات دو نقطه مانند A و B از یک خط را داشته باشیم، شیب آن $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ خواهد بود.

(۶) اگر شیب و مختصات یک نقطه مانند A از یک خط را بدانیم، به راحتی می‌توانیم با رابطه‌ی زیر به معادله‌ی آن خط برسیم:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

توجه: البته روش دیگر آن است که معادله خط را به صورت $y = mx + h$ در نظر بگیریم و سپس با دانستن m و داشتن مختصات یک نقطه مانند A ، مقدار h را به دست آوریم و در نتیجه به معادله‌ی خط برسیم.

مثال ۳: معادله خطی که از دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(-3, 6)$ می‌گذرد را به دست آورید.

پاسخ:

وضعیت دو خط غیرموازی با محورهای مختصات

اگر شیب این دو خط m و m' باشد:

(۱) وقتی $mm' = -1$ (شیب یکی قرینه معکوس شیب دیگری)، دو خط بر هم عمودند.

(۲) وقتی $m = m'$ ، دو خط با هم موازی هستند.

(۳) در غیر این دو صورت، دو خط با هم متقاطع غیرعمودند.

مثال ۴:

در هر قسمت شیب دو خط داده شده را به دست آورید و مشخص کنید که دو خط نسبت به هم چه وضعی دارند. (موازی، عمود یا

متقاطع غیرعمود؟)

(کتاب درسی - صفحه ۴ - کار در کلاس ۱)

الف) $L: y = 5x - 2$

$T: y = \frac{-1}{5}x + 3$

ب) $L: y = \frac{1}{4}x + 7$

$T: x - 2y = 1$

پ) $L: 2x - 3y + 3 = 0$

$T: 2x + 2y = 0$

ت) $L: x = 1$

$T: y = -3$

ث) $L: y = 3x + 1$

$T: x = 3y - 1$

مثال ۵:

خط L به معادله $y = 3x - 1$ و خط T با عرض از مبدأ 5 به معادله $y = mx + 5$ را در نظر بگیرید.

الف) m را طوری بیابید که خط T با خط L موازی باشد.

ب) به ازای چه مقداری از m ، دو خط بر یکدیگر عمودند؟

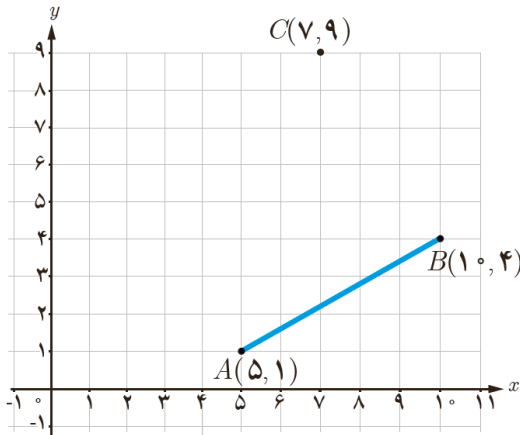
پاسخ:

(کتاب درسی - صفحه ۴ - کار در کلاس ۲)

مثال ۶:

مربع ABCD در ناحیه اول صفحه مختصات واقع است، به طوری که $A(5, 1)$ و $B(10, 4)$ دو رأس مجاور آن هستند.

(کتاب درسی - صفحه ۴ - کار در کلاس ۳)



الف) شیب ضلع AB را بنویسید.

ب) شیب ضلع AD را حساب کنید و معادله این ضلع را بنویسید.

پ) اگر بدانیم نقطه $C(7, 9)$ رأس سوم مربع است، مختصات رأس D را بیابید.

پاسخ:

تست ۷:

از نقطه $A(2, 2)$ خطی عمود بر $3y + x = 2$ و خطی موازی $y = 1 - 2x$ رسم می‌کنیم. عرض از مبدا این دو خط چه قدر با

تالیفی)

یکدیگر اختلاف دارند؟

$-10 (4)$

$4 (3)$

$10 (2)$

$-4 (1)$

پاسخ: ()

تست ۸:

معادله‌ی خطی که از نقطه $A(-2, 1)$ می‌گذرد و بر خط گذرنده از دو نقطه $B(3, 5)$ و $C(-3, -4)$ عمود است، کدام است؟

تالیفی)

$3y + 2x + 1 = 0 (4)$

$3y + 2x - 7 = 0 (3)$

$3y - 2x - 7 = 0 (2)$

$3y - 2x + 1 = 0 (1)$

پاسخ: ()

تست ۹: از نقطه تقاطع دو خط $2x + 3y + 1 = 0$ و $x - 4y - 5 = 0$ خطی بر $3 - 2y + 4x = 0$ عمود می‌کنیم، عرض از مبدا این خط

کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (۴)$$

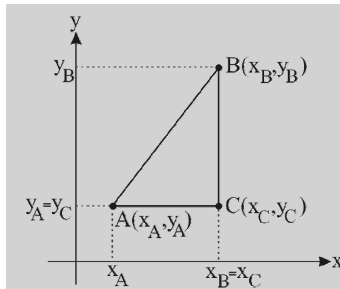
$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

فاصله دو نقطه



(۱) اگر A و C دو نقطه‌ی هم‌عرض در صفحه باشند، آن‌گاه فاصله‌ی A از C: $AC = |x_A - x_C|$

(۲) اگر B و C دو نقطه‌ی هم‌طول در صفحه باشند، آن‌گاه فاصله‌ی B از C: $BC = |y_B - y_C|$

(۳) فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B: $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

(۴) فاصله‌ی نقطه‌ی A از مبدا مختصات: $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$

مثال ۱۰: در یکی از جاده‌های کشور تصادفی رخ داده است که مختصات نقطه‌ی تصادف روی نقشه‌ی مرکز امداد به صورت $P(50, 30)$ است.

پایگاه‌های امداد هوایی که به محل تصادف نزدیک‌اند، در نقاط $A(10, -20)$ و $B(80, 90)$ واقع‌اند. شما کدام پایگاه را برای اعزام بالگرد امداد به محل حادثه پیشنهاد می‌کنید؟ (اعداد برحسب کیلومتر هستند.)

(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس ۲)

پاسخ:

(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس ۳)

مثال ۱۱: فاصله‌ی نقطه‌ی $N(-6, 8)$ تا مبدأ مختصات را محاسبه کنید.

پاسخ:

مثال ۲): طول جغرافیایی تبریز تقریباً ۴۶ درجه شرقی و عرض جغرافیایی آن حدود ۳۸ درجه شمالی است. برای راحتی، می توانیم موقعیت این شهر را به طور خلاصه، به صورت $(۴۶, ۳۸)$ نشان دهیم. این اطلاعات درباره‌ی چابهار به صورت $(۶۱, ۲۵)$ است. با فرض این که مسافت فیزیکی هر درجه طول جغرافیایی همانند مسافت فیزیکی هر درجه عرض جغرافیایی برابر ۱۱۰ کیلومتر باشد، مطلوب است محاسبه‌ی فاصله‌ی تقریبی این دو شهر.

پاسخ:

(کتاب درسی - صفحه ۶ - کار در کلاس ۱)

مثال ۳): نقاط $A(۲,۰)$ ، $B(۵,۴)$ و $C(-۲,۳)$ را در نظر بگیرید:

الف) محیط مثلث ABC را با محاسبه‌ی طول اضلاع آن به دست آورید.

ب) ABC چه نوع مثلثی است؟

پ) به دو روش نشان دهید ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است. سپس مساحت آن را حساب کنید.

پاسخ:

تست ۴): سه نقطه‌ی $A(۱,۲)$ ، $B(۲,۵)$ و $C(۴,۱)$ در دستگاه محورهای مختصات چه مثلثی ایجاد می‌کنند؟

(کتاب درسی - صفحه ۹ - بر اساس تمرین ۳)

۱) نامشخص

۲) متساوی‌الاضلاع

۳) متساوی‌الساقین غیرقائم‌الزاویه

۴) متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه

پاسخ: ()

تست ۵): دو نقطه‌ی $A(۲, -۲)$ و $B(۶, ۴)$ قطر AB از یک دایره را به وجود آورده‌اند، مساحت این دایره کدام است؟ (تالیفی)

۱) ۱۳π

۲) ۱۴π

۳) ۱۵π

۴) ۱۶π

پاسخ: ()

(تالیفی)

نقطه‌ای با عرض منفی روی محور y که فاصله‌اش از نقطه‌ی $A(4, 1)$ برابر ۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $(0, -1)$ (۲) $(0, -2)$ (۳) $(0, -3)$ (۴) $(0, -4)$

پاسخ: () .

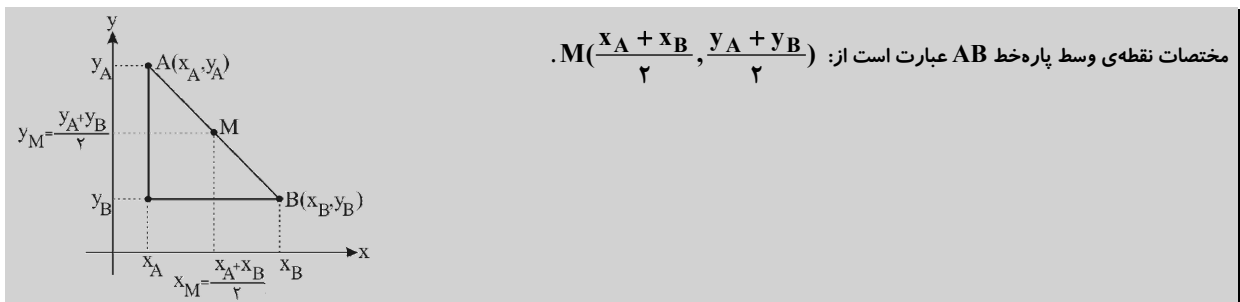
(تالیفی)

نقطه‌ای روی خط $y = 2x - 3$ که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد، کدام است؟

- (۱) $(2, 1)$ (۲) $(4, 5)$ (۳) $(3, 3)$ (۴) $(5, 7)$

پاسخ: () .

مختصات نقطه وسط پاره‌خط

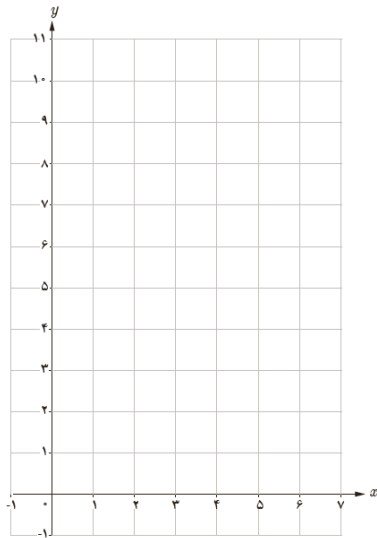


(کتاب درسی - صفحه ۹ - تمرین ۲)

دو نقطه‌ی $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید. فاصله‌ی مبدأ مختصات را از وسط پاره‌خط AB کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

پاسخ: () .



مثال ۱۹: مثلث با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 1)$ و $C(7, 11)$ را در نظر بگیرید و آن

را در دستگاه مختصات مقابل مشخص کنید. (کتاب درسی - صفحه ۷ - کار در کلاس ۱)

الف) مختصات M ، نقطه‌ی وسط ضلع BC را مشخص کنید.

ب) طول میانه‌ی AM را محاسبه کنید.

پ) معادله‌ی میانه‌ی AM را به دست آورید.

پاسخ:

(تالیفی)

تمرین ۲۰: اگر $A(2, 4)$ و $B(-4, 2)$ ، آن‌گاه عمودمنصف پاره‌خط AB ، محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۲ (۴)

۳ (صفر)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: (۳)

مثال ۲۱: الف) نقطه‌ی $N(5, -4)$ وسط پاره‌خط واصل بین دو نقطه‌ی A و $B(7, -2)$ است. مختصات نقطه‌ی A را بیابید.

ب) قرینه‌ی نقطه‌ی $C(1, 2)$ نسبت به نقطه‌ی $M(-1, 4)$ را به دست آورید.

پ) قرینه‌ی نقطه‌ی $P(\alpha, \beta)$ نسبت به مبدأ مختصات را به دست آورید.

(کتاب درسی - صفحه ۷ - کار در کلاس ۲)

پاسخ:

(کتاب درسی - صفحه ۹ - تمرین ۴)

مثال ۲۲: دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند.

الف) اندازه‌ی شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.

ب) آیا نقطه‌ی $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟

پاسخ:

تست ۲۳: اگر مبدا مختصات و دو نقطه‌ی $A(1+6t, 2t-1)$ و $B(3t, t+1)$ روی یک خط راست قرار داشته باشند، آن‌گاه فاصله‌ی مبدا

مختصات از وسط پاره خط AB ، کدام است؟

(تالیفی)

$$\frac{\sqrt{20}}{20} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{20}}{10} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{20} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{10} \quad (1)$$

پاسخ: ()

مثال ۲۴: سود سالانه‌ی یک کارگاه کوچک تولیدی از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ طبق نمودار مقابل

سیر صعودی داشته است. به کمک رابطه‌ی نقطه‌ی وسط پاره خط، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

(کتاب درسی - صفحه ۷ - کار در کلاس ۳)

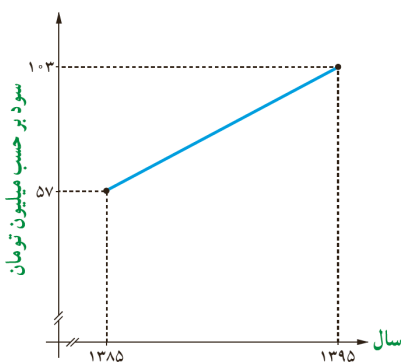
الف) میانگین سود سالانه‌ی این شرکت در دهه‌ی موردنظر چه قدر بوده است؟

ب) در کدام سال، مقدار سود سالانه، با این میانگین سود ده ساله برابر بوده است؟

پ) اگر سود سالانه در طول یک دهه‌ی آینده با همین روند افزایش یابد، انتظار می‌رود در سال

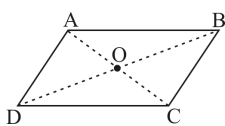
۱۴۰۵ سود سالانه شرکت چه قدر باشد؟

پاسخ:



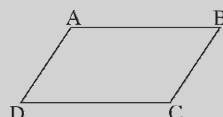
ویژگی مختصات رئوس متوازی الاضلاع (بر اساس تمرین ۵ - صفحه ۹)

در هر متوازی الاضلاع، قطرها همدیگر را نصف می‌کنند، بنابراین نقطه‌ی O وسط هر دو قطر است.



$$\begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = x_O = \frac{x_B + x_D}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = y_O = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$$

در متوازی الاضلاع $ABCD$:



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

تست ۲۵: نقاط $A(2, 3)$ ، $B(-1, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس از مستطیل $ABCD$ هستند. تفاضل طول و عرض رأس D کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه ۹ - بر اساس تمرین ۵)

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۳

پاسخ:

تست ۲۶: یک میلهی پرچم بزرگ، مطابق شکل توسط کابل‌هایی به چهار نقطه در زمین محکم شده است؛ به طوری که فاصله‌ی هر یک از چهار

(کتاب درسی - صفحه ۹ - تمرین ۶)

نقطه تا پای میله برابر است با فاصله‌ی نقطه‌ی مقابل آن تا پای میله. نقطه‌ی D کدام است؟

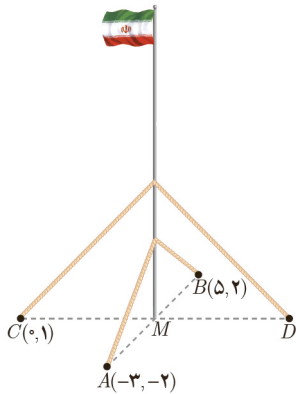
(۱) $(1, -2)$

(۲) $(2, -1)$

(۳) $(1, 0)$

(۴) $(3, -1)$

پاسخ:



تست ۲۷: چهار کیوسک روزنامه‌فروشی با فاصله یکسان نسبت به تقاطع دو خیابان در نقاط A ، B ، C و D مستقر هستند. $m - n$ کدام

(تالیفی)

است؟

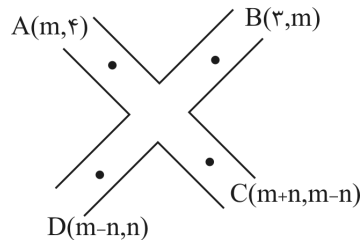
(۱) صفر

(۲) -۴

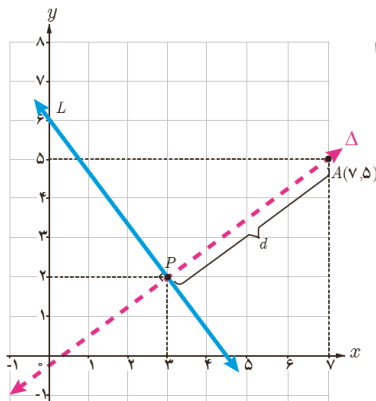
(۳) ۴

(۴) -۲

پاسخ:



فاصله‌ی نقطه از خط



اگر A نقطه‌ای خارج خط L باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا خط L برابر است با طول پاره‌خطی که از A عمود بر L رسم می‌شود. در این جا می‌خواهیم با داشتن مختصات نقطه‌ی A و معادله‌ی خط L این فاصله را محاسبه کنیم.

مثال: فاصله‌ی نقطه‌ی $A(7, 5)$ را از خط L به معادله‌ی $4x + 3y = 18$ به دست آورید.

پاسخ: چون شیب خط L برابر $-\frac{4}{3}$ است، پس هر خط عمود بر آن دارای شیب $\frac{3}{4}$ خواهد بود. معادله‌ی خط Δ گذرنده از A و عمود بر L را می‌نویسیم:

$$\Delta: y = \frac{3}{4}x + h$$

$$\text{روی } \Delta \text{ از } A(7, 5): 5 = \frac{3}{4}(7) + h \Rightarrow h = \frac{-1}{4}$$

$$\Delta \text{ معادله‌ی } y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta: 3x - 4y = 1$$

اگر معادله‌ی دو خط L و Δ را به صورت یک دستگاه معادلات خطی در نظر بگیریم، از حل آن مختصات نقطه‌ی P ، محل برخورد دو خط به دست می‌آید.

$$\begin{cases} L: 4x + 3y = 18 \\ \Delta: 3x - 4y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2 \Rightarrow P(3, 2)$$

طول پاره خط AP جواب مسئله است. $AP = \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = 5$
 با به کارگیری مراحل حل این مثال در حالت کلی می توان ثابت کرد:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$ برابر است با:

حال مثال قبل را به کمک این رابطه حل می کنیم؛ یعنی فاصله $A(7, 5)$ را از خط به معادله $4x + 3y - 18 = 0$ به دست می آوریم:

$$d = \frac{|4(7) + 3(5) - 18|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|25|}{5} = 5$$

(کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس ۱)

الف) $L: 2x + y = 5$

فاصله نقطه $P(7, -4)$ را از هر یک از خطوط با معادله های زیر به دست آورید:

ب) $T: x = 5$

پ) $\Delta: y = 0$

پاسخ:

تست ۲۹: یکی از اضلاع مربعی بر خط $L: y = 2x - 1$ واقع است. اگر $A(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه ۹ - تمرین ۷)

۵ (۴)

۶ (۳)

$\sqrt{6}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

پاسخ: () .

تست ۳۰: نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع، کدام است؟

(تالیفی)

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: () .

تست ۳۱: خط $L: 2x - 4y = 0$ بر دایره ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

(کتاب درسی - صفحه ۹ - کار در کلاس ۶)

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: () .

تست ۳۲: دو نقطه بر خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله‌ی این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این

دو نقطه، کدام است؟

(۴) $-11, 15$

(۳) $11, -9$

(۲) $-15, 11$

(۱) $-15, 9$

پاسخ: () .

تست ۳۳: آیا دو خط با معادلات $5x - 12y + 8 = 0$ و $-10x + 24y + 10 = 0$ با یکدیگر موازی‌اند؟ در صورتی که پاسخ شما مثبت است،

(کتاب درس - صفحه ۹ - تمرین ۸)

فاصله‌ی این دو خط چه قدر است؟

(۲) بله - ۲

(۱) بله - ۱

(۴) موازی نیستند و در نتیجه نمی‌توان فاصله‌ی بین آن‌ها را به دست آورد.

(۳) بله - ۳

پاسخ: () .

(تالیفی)

تمرین ۳۴: فاصله‌ی بین دو خط به معادلات $y = \sqrt{3}x + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ کدام است؟

(۴) $2 + \sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{3} + 1$

(۲) $\sqrt{3} - 1$

(۱) $2 - \sqrt{3}$

پاسخ: () .

درس دوم: معادله درجه دوم و تابع درجه ۲

روش تغییر متغیر برای حل معادله

یکی از روش‌های حل معادلات مختلف، استفاده از یک تغییر متغیر مناسب و در نتیجه تبدیل آن‌ها به یک معادله درجه دوم است (در کتاب یازدهم تجربی روش تغییر متغیر فقط برای معادلات دو مجذوری به کار می‌رود).

تغییر متغیر در معادله‌های دو مجذوری

هر معادله به صورت $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ یک معادله دو مجذوری است که برای حل آن کافی است قرار دهیم $u = x^n$ و ...

مثال ۳۵: معادله‌های زیر را حل کنید.

(کتاب درسی - صفحه ۱۱ - کار در کلاس)

الف) $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$

ب) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

پاسخ:

تمرین ۳۶: معادله‌های زیر را حل کنید.

(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - تمرین ۱)

الف) $x^4 - 8x^2 + 8 = 0$

ب) $4x^6 + 1 = 5x^3$

پاسخ:

(تالیفی)

تست ۳۷: جمع بزرگترین و کوچکترین ریشه‌ی $2x^2 - 3x - 2 = 0$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

پاسخ: ()

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲

اگر در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه‌ها α و β باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} \quad \alpha\beta = P = \frac{c}{a}$$

اثبات: فرض می‌کنیم:

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a} \end{cases}$$

مثال ۳۸: در معادله‌ی $2x^2 + x + 5 = 0$ بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست آورید. (کتاب درسی - صفحه ۱۳ - کار در کلاس)

پاسخ:

(تالیفی)

تست ۳۹: اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

پاسخ: ()

(تالیفی)

تست ۴۰: در معادله درجه دوم $x^2 + x - 3 = 0$ ، اگر α و β ریشه‌ها باشند، حاصل $\alpha^3 + \beta^3$ کدام است؟
 ۱) ۰
 ۲) -۱
 ۳) ۸
 ۴) -۸
پاسخ: ()

یک نکته مهم!!!

وقتی در یک معادله درجه دوم، $\frac{c}{a} < 0$ (و c و a مختلف‌العلامت) است، حتماً $\Delta > 0$ و در نتیجه معادله دو ریشه مختلف‌العلامت دارد.

(تالیفی)

تست ۴۱: کدام معادله‌ی زیر همواره دارای دو ریشه است؟

۱) $mx^2 - (m+1)x + (m+2) = 0$
 ۲) $-x^2 - (m+1)x - m = 0$
 ۳) $-mx^2 + (m+1)x - m = 0$
 ۴) $m^2x^2 - (m+1)x - 1 = 0$
پاسخ: ()

بررسی علامت ریشه‌های یک معادله‌ی درجه‌ی دوم وقتی دو ریشه موجود است:

اگر مجموع ریشه‌ها منفی باشد ($-\frac{b}{a} < 0$)، یعنی قدرمطلق ریشه‌ی منفی بزرگ‌تر است.

اگر مجموع ریشه‌ها مثبت باشد ($-\frac{b}{a} > 0$)، یعنی قدرمطلق ریشه‌ی مثبت بزرگ‌تر است.

۱) $\frac{c}{a} < 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها منفی است \rightarrow دو ریشه مختلف‌العلامت هستند

۲) $\frac{c}{a} > 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها مثبت است \rightarrow دو ریشه هم‌علامت هستند

اگر $-\frac{b}{a} < 0$ ، هر دو ریشه منفی هستند.

اگر $-\frac{b}{a} > 0$ ، هر دو ریشه مثبت هستند.

(کتاب درسی - صفحه ۱۶ - کار در کلاس ۲)

مثال ۴۲: به کمک S ، P و Δ درباره‌ی تعداد و علامت ریشه‌های معادلات زیر اظهار نظر کنید.

- الف) $x^2 + 6x + 5 = 0$ ب) $x^2 + 4x - 5 = 0$
 پ) $3x^2 - 7x + 1 = 0$ ت) $-x^2 + 2x - 1 = 0$

پاسخ:

(تالیفی)

تست ۴۳: به ازای کدام مجموعه مقادیر a معادله درجه دوم $9x^2 - 15ax + 4a^2 + 1 = 0$ دارای دو ریشه منفی است؟

$$a > \frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$|a| < \frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$a < -\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$|a| > \frac{2}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()

تشکیل معادله درجه ۲ با استفاده از S و P

در قالب مثال زیر به تفهیم موضوع می‌پردازیم:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow \alpha = 1, \beta = -\frac{5}{2}$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow 2(x-1)\left(x+\frac{5}{2}\right) = 0 \Rightarrow (x-1)\left(x+\frac{5}{2}\right) = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}}_{x^2 - Sx + P = 0} = 0$$

بنابراین:

معادله‌ی درجه‌ی دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌های آن P باشد، به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.

(کتاب درسی - صفحه ۱۳ - کار در کلاس ۳)

تست ۴۴: ریشه‌های کدام معادله درجه دوم زیر $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ است؟

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (۱)$$

پاسخ: (۴)

(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - تمرین ۲)

تمرین ۴۵: ریشه‌های کدام معادله درجه دوم زیر $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ است؟

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (۱)$$

پاسخ: ()

تست ۴۶: دو عدد حقیقی مجموع $1/5$ و حاصل ضرب آن‌ها -7 است، قدرمطلق تفاضل آن‌ها چه قدر است؟ (کتاب درسی - صفحه ۱۳ - کار در کلاس ۱)

$$(1) \frac{11}{2} \quad (2) \frac{7}{2} \quad (3) \frac{9}{2} \quad (4) \frac{3}{2}$$

پاسخ: () .

تست ۴۷: آیا مستطیلی با محیط 11 cm و مساحت 6 cm^2 وجود دارد؟ اگر جواب مثبت است، تفاضل طول و عرض این مستطیل چه قدر است؟ (کتاب درسی - صفحه ۱۳ - کار در کلاس ۲)

$$(1) \frac{3}{2} \quad (2) \frac{5}{2} \quad (3) \frac{7}{2} \quad (4) \text{ وجود ندارد.}$$

پاسخ: () .

تست ۴۸: ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کم‌تر است؟ (تالیفی)

$$(1) x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (2) x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (3) x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (4) x^2 + 5x + 2 = 0$$

پاسخ: () .

تمرین ۴۹: اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $3x(x+2) = -1$ باشند، معادله‌ی درجه دوم که ریشه‌هایش $\left\{-\frac{1}{3\alpha}, -\frac{1}{3\beta}\right\}$ باشد، کدام است؟ (تالیفی)

$$(1) 3x(x+2) = -1 \quad (2) 3x(x+2) = 1 \quad (3) 3x(x-2) = 1 \quad (4) 3x(2-x) = 1$$

پاسخ: () .

ماکزیم و می نیمم سهمی

تابع $y = ax^2 + bx + c$ مفروض است:

(۱) نمودار این تابع را سهمی می نامند.

(۲) اگر $a > 0$ ، دهانه ی سهمی رو به بالاست و به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ کم ترین (می نیمم) مقدار سهمی به دست می آید:

(۳) اگر $a < 0$ ، دهانه ی سهمی رو به پایین است و به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ بیشترین (ماکزیمم) مقدار سهمی به دست می آید:

(۴) منظور از مقدار ماکزیمم یا می نیمم سهمی، عرض رأس سهمی است.

(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - تمرین ۳)

مثال ۵۰: مقدار ماکزیمم و می نیمم توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

پ) $h(x) = -(x+1)^2 + 3$

پاسخ:

(تالیفی)

تست ۵۱: اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k+3)x^2 - 4x + k = 0$ مساوی صفر باشد، مقدار k کدام است؟

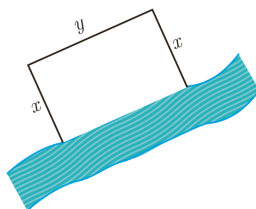
۴ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: ()



مثال ۵۲: قرار است در کنار یک رودخانه، محوطه ای مستطیل شکل ایجاد کنیم. برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده کشی شود. اگر تنها هزینه ی نصب ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن گردد.

(کتاب درسی - صفحه ۱۵ - کار در کلاس ۶)

پاسخ:

مثال ۵۳: راکتی که به طور عمودی رو به بالا شلیک شده، t ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله‌ی آن به

(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - تمرین ۴)

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

الف) چه قدر طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟

ب) ارتفاع نقطه‌ی اوج را بیابید.

پ) چند ثانیه پس از پرتاب، راکت به زمین بازمی‌گردد؟

پاسخ:

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

$$\text{الف) } t_{\max} = \frac{-100}{-10} = 10$$

$t = 10$ طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن برسد.

$$\text{ب) ارتفاع نقطه‌ی اوج } h(10) = 100 \times 10 - 5(10)^2 = 1000 - 500 = 500$$

$$\text{پ) } h(t) = 0 \Rightarrow 100t - 5t^2 = 0 \Rightarrow t(100 - 5t) = 0$$

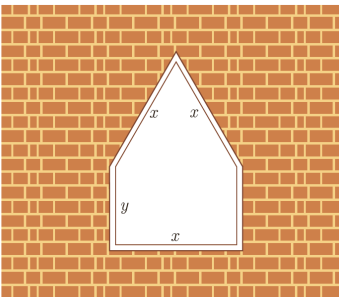
$$t = 0$$

$$t = 20 \text{ s} \Rightarrow \text{زمان بازگشت به زمین}$$

مثال ۵۴: یک پنجره به شکل مستطیلی است که در بالای آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته

است. اگر محیط پنجره ۴m باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد.

(کتاب درسی - صفحه ۱۴ - مثال)



پاسخ:

مثال ۵۵: استاد یومی به شکل مستطیل با دو نیم‌دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل

(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - تمرین ۵)

را طوری بیابید که:

الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد.

ب) مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

پاسخ:

تمرین ۵۶: بیشترین مساحت از زمینی را که می توان توسط یک طناب به طول ۸۸ متر و به شکل مستطیلی که یک طرف آن رودخانه

است محصور نمود، چند متر مربع است؟

(تالیفی)

۹۸۸ (۴)

۹۷۸ (۳)

۹۶۸ (۲)

۹۵۸ (۱)

پاسخ: () .

صفرهای تابع درجه ۲

نقاط برخورد نمودار یک تابع مانند f با محور x ها را صفرهای تابع می نامیم که در واقع ریشه های معادله ی $f(x) = 0$ هستند. به عبارت دیگر، در این نقاط مقدار تابع برابر صفر است.

تست ۵۷: معادله ی سهمی مقابل کدام است؟

(۱) $y = 2x^2 - 6x + 4$

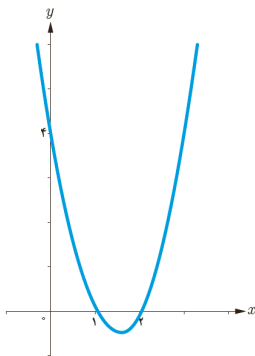
(۲) $y = 3x^2 - 9x + 3$

(۳) $y = 4x^2 - 6x + 4$

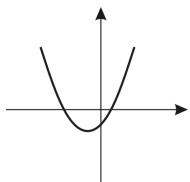
(۴) $y = 3x^2 + 9x - 3$

پاسخ: ()

(کتاب درسی - صفحه ۱۶ - مثال)



(تالیفی)



تست ۵۸: معادله ی تابعی که نمودار آن به صورت مقابل است، کدام است؟

(۱) $y = x^2 - 5x - 3$

(۲) $y = x^2 + 9x + 2$

(۳) $y = -x^2 - 7x + 3$

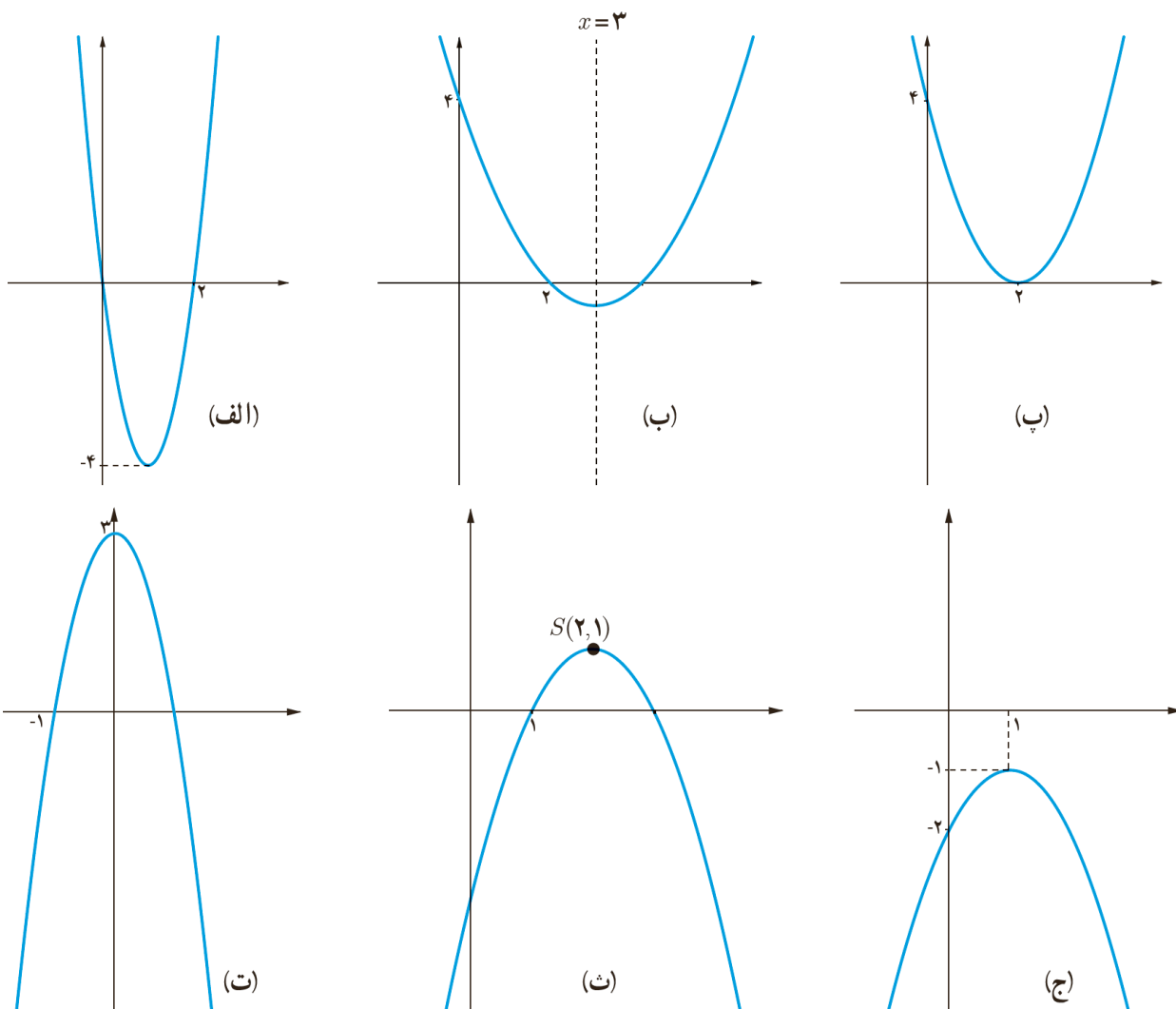
(۴) $y = x^2 + 7x - 2$

پاسخ: () .

مثال ۵۹:

معادله‌ی سهمی‌های زیر را بنویسید.

(کتاب درسی - صفحه ۱۸ - تمرین ۶)



پاسخ:

(تالیفی)

به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $y = mx^2 + (m-1)x$ از ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

$$1 \leq m \leq 2 \quad (۴)$$

$$m \geq 1 \quad (۳)$$

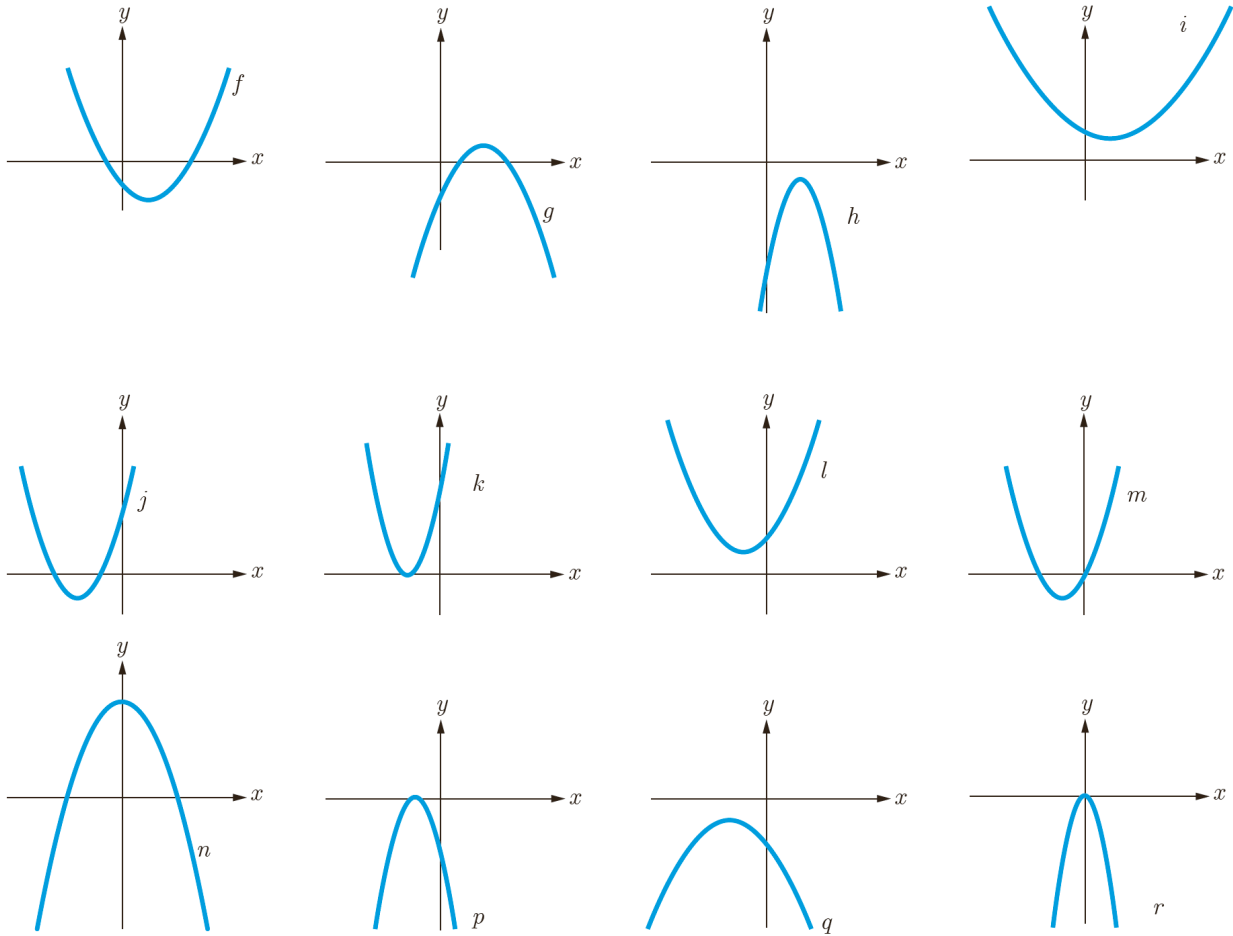
$$0 \leq m \leq 1 \quad (۲)$$

تست ۶۰:

$$m \leq 1 \quad (۱)$$

پاسخ: ()

مثال ۶۱: در هر یک از نمودارهای زیر وضعیت علامتی Δ ، $-\frac{b}{a}$ ، $\frac{c}{a}$ و همچنین a ، b و c را مشخص کنید. (کتاب درسی - صفحه ۱۷ - متن درس)

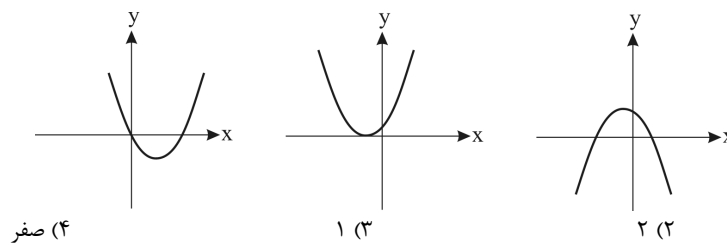


پاسخ:

تمرین ۶۲: نمودارهای زیر مربوط به توابع چندجمله‌ای به فرم $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. در چه تعداد از آن‌ها حاصل abc عددی مثبت

(تالیفی)

است؟



۳ (۱)

پاسخ: (.)

تست ۶۳: منحنی به معادله $y = (2x + 1)(x + 8)$ با خطوط $y = mx$ نقطه مشترک ندارد. مجموعه مقادیر m چگونه است؟ (تالیفی)

(۱) $5 < m < 13$ (۲) $15 < m < 23$ (۳) $7 < m < 15$ (۴) $9 < m < 25$

پاسخ: () .

تست ۶۴: به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m + 2)x^2 + 3x + 1 - m$ محور x ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات، قطع می‌کند؟ (تالیفی)

(۱) $m > 1$ یا $m < -2$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) فقط $m < -2$ (۴) فقط $m > 1$

پاسخ: () .

تست ۶۵: به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ ، بالای محور x ها است؟ (تالیفی)

(۱) $a < 1$ (۲) $a > 1$ (۳) $a > 2$ (۴) $1 < a < 2$

پاسخ: () .

تست ۶۶: تابع درجه‌ی دوم f دارای ماکزیممی به طول ۳ روی محور x هاست. دامنه‌ی تعریف تابع g با ضابطه‌ی $g(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x-2}}f(x)$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟ (تالیفی)

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

پاسخ: () .

درس سوم: معادلات گویا و معادلات رادیکالی

معادلات گویا

معادله‌هایی به صورت $\frac{x+3}{x} = \frac{x}{x+2}$ که در صورت‌ها و مخرج‌های آن‌ها، عبارت‌هایی گویا (چندجمله‌ای) وجود دارد، معادله‌هایی گویا هستند.

روش حل معادلات گویا

برای حل یک معادله‌ی گویا می‌توان دو طرف تساوی را پس از تجزیه کردن مخرج‌ها، در کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م.) مخرج‌ها ضرب کرد تا معادله از شکل کسری خارج شود. جواب‌های به دست آمده نباید مخرج کسرها را صفر کنند و این جواب‌ها باید در معادله‌ی اولیه صدق کنند.

(کتاب درسی - صفحه ۲۰ - فعالیت)

مثال ۶۷: معادله $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$ را حل کنید.

پاسخ:

(کتاب درسی - صفحه ۲۱ - کار در کلاس ۱)

الف) $\frac{3}{x^2} - 12 = 0$

ب) $\frac{2}{k} - \frac{3k}{k+2} = \frac{k}{k^2+2k}$

مثال ۶۸: معادله‌های زیر را حل کنید.

پ) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}$

پاسخ:

مثال ۶۹:

هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

(کتاب درسی - صفحه ۲۳۳ - تمرین ۱)

الف) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5$

ب) $\frac{10}{r} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3r} - 5$

پ) $\frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3}$

پاسخ:

تست ۷۰:

دبیر ریاضی آرمان هر هفته یک آزمون ۱۰ امتیازی برگزار می‌کند. پس از ۵ هفته، آرمان جمعاً ۳۶ امتیاز کسب کرده است. او از هفته‌ی ششم به بعد در تمام آزمون‌ها، امتیاز ۹ را کسب کرد؛ به طوری که میانگین امتیاز کل آزمون‌هایش برابر ۸ شد. از هفته‌ی ششم به بعد، آرمان در چند آزمون متوالی نمره‌ی ۹ گرفته است؟

(کتاب درسی - صفحه ۲۱ - کار در کلاس ۲)

۶ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

تست ۷۱:

یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

(تالیفی)

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۴ (۱)

پاسخ: ()

تست ۷۲:

شخصی چند اسباب‌بازی یکسان برای یک مهدکودک خرید و ۱۲۰۰۰ تومان به فروشنده پرداخت کرد. اگر فروشنده برای هر اسباب‌بازی ۱۰۰ تومان به او تخفیف می‌داد، شخص با همان پول ۴ اسباب‌بازی بیشتر می‌توانست بخرد. قیمت هر اسباب‌بازی بدون تخفیف چه قدر است؟

(تالیفی)

۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۵۰۰ (۱)

پاسخ: ()

(تالیفی)

تمرین ۷۳: اگر معادله $\frac{3-x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{ax+b}{x^2-9}$ دارای بی‌شمار جواب باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) ۴
(۲) ۱۶
(۳) ۹
(۴) صفر

پاسخ: () .

(تالیفی)

تمرین ۷۴: مجموع مقادیر t که به ازای آن‌ها، معادله $\frac{t-1}{2x} = \frac{x+1}{x^2-2x}$ جواب ندارد، کدام است؟

(۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

پاسخ: () .

(تالیفی)

تست ۷۵: به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{2a}{x-x^2} + \frac{1}{x-1} = 1$ جواب مضاعف دارد؟

(۱) $-\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) -2
(۴) ۱

پاسخ: () .

یک تیپ مهم!!!

(تالیفی)

تست ۷۶: در یک مزرعه شالیکاری دو کارگر با هم نشاکاری را در ۱۸ روز تمام می‌کنند. در صورتی که کارگر دوم به تنهایی بتواند کار را ۱۵ روز زودتر از کارگر اول به پایان رساند، کارگر اول به تنهایی در چند روز کار را انجام می‌دهد؟

(۱) ۲۰
(۲) ۳۰
(۳) ۴۵
(۴) ۲۵

پاسخ: () .

تست ۷۷: اگر دو ماشین چمن زنی با هم کار کنند، می توانند در ۴ ساعت چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض این که سرعت کار یکی از آن‌ها دو برابر دیگری باشد، ماشین قوی تر به تنهایی در چند ساعت می تواند این کار را انجام دهد؟

(کتاب درسی - صفحه ۲۱ - مثال)

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۳

پاسخ: () .

تست ۷۸: علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجله‌ی ادبی ۱۶ صفحه‌ای منتشر می‌کند. پس از حروف چینی مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی مجله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش حدود ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از مجله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟

(کتاب درسی - صفحه ۲۳ - تمرین ۷)

(۱) ۱۸۰ (۲) ۱۹۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۴۰

پاسخ: () .

عدد طلایی

تست ۷۹: در مستطیلی به طول x و عرض y ، به ازای برقراری کدام معادله‌ی زیر، $\frac{x}{y}$ برابر عدد طلایی است؟

(کتاب درسی - صفحه ۱۹ - متن درس)

(۱) $\frac{x-y}{x} = \frac{x}{y}$ (۲) $\frac{x+y}{2y} = \frac{x}{y}$ (۳) $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y}$ (۴) $\frac{x+y}{y} = \frac{y}{x}$

پاسخ: () .

معادلات رادیکالی

همان‌طور که از اسم این معادلات مشخص است، در این معادلات پای رادیکال‌ها در میان است (x یا مجهول در رادیکال است). مثلاً $2\sqrt{x} = \sqrt{3x} - 3$ یک معادله‌ی رادیکالی است.

روش حل معادلات رادیکالی

برای حل یک معادله‌ی رادیکالی می‌توان جملات را طوری در طرفین تساوی جابه‌جا کرد که یک عبارت رادیکالی به تنهایی در یک طرف تساوی قرار گیرد. سپس با به توان رساندن طرفین معادله و در صورت لزوم با تکرار این عمل، معادله را از شکل رادیکالی خارج کرد. پس از حل معادله باید مطمئن شویم که جواب‌های حاصل در معادله‌ی اولیه صدق می‌کنند.

توجه: در این کتاب فقط معادلات رادیکالی با فرجه‌ی ۲ بحث می‌شود.

مثال ۸۰:

دو معادله‌ی رادیکالی زیر را حل کنید و در هر معادله دامنه‌ی تغییرات متغیر را به دست آورید.

(کتاب درسی - صفحه ۲۲ - متن درس)

الف) $\sqrt{(x-2)^2} + 9 = 5$

ب) $2\sqrt{x} = \sqrt{3x-3}$

پاسخ:

مثال ۸۱:

معادلات رادیکالی زیر را حل کنید.

(کتاب درسی - صفحه ۲۳ - کار در کلاس ۱)

الف) $2\sqrt{2t-1} - t = 1$

ب) $2x = 1 - \sqrt{2-x}$

پ) $\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1$

ت) $\frac{1}{\sqrt{u-3}} - \frac{2}{\sqrt{u}} = 0$

ث) $2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x$

پاسخ:

مثال ۸۲:

بدون حل معادله، توضیح دهید که چرا معادلات زیر فاقد ریشه‌ی حقیقی‌اند؟

(کتاب درسی - صفحه ۲۳ - کار در کلاس ۲)

الف) $\sqrt{t} + 2 = 0$

ب) $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} + 1 = 0$

پ) $\sqrt{1-x} + \sqrt{x-2} = 0$

پاسخ:

مثال ۸۳: هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

(کتاب درسی - صفحه ۷۳ - تمرین ۱)

الف) $\sqrt{t+4} = 3$

ب) $x + \sqrt{x} = 6$

پ) $\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}} = 2$

ت) $k = \sqrt{6k-8}$

ث) $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$

پاسخ:

تست ۸۴: اگر یک شیء از بالای ساختمانی به ارتفاع ۵۰ متر سقوط آزاد کند، پس از t ثانیه در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار خواهد داشت:

به طوری که $t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}}$. این جسم، دو ثانیه پس از سقوط در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین قرار دارد؟

(کتاب درسی - صفحه ۷۴ - تمرین ۳)

۱۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: ()

مثال ۸۵: عددی صحیحی بیابید که تفاضل جذرش از آن عدد برابر نصف آن عدد باشد. مسئله چند جواب دارد؟

(کتاب درسی - صفحه ۷۴ - تمرین ۴)

پاسخ:

مثال ۸۶:

معادله‌ای شامل مجموع دو عبارت رادیکالی بنویسید که عدد ۱ یکی از ریشه‌های آن باشد.

پاسخ:

(کتاب درسی - صفحه ۲۴ - تمرین ۵)

تست ۸۷: اگر $x = -1$ جواب معادله $2x - \sqrt{3x - \alpha} = -4$ باشد، کدام گزینه در مورد جواب‌های دیگر معادله، صحیح است؟ (تالیفی)

(۱) فقط یک جواب منفی دارد. (۲) فقط یک جواب مثبت دارد. (۳) دو جواب منفی دارد. (۴) جواب دیگر ندارد.

پاسخ: ()

تست ۸۸: تعداد جواب‌های متمایز معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{x}} = \sqrt{2}$ کدام است؟ (تالیفی)

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: ()

(تالیفی)

تست ۸۹: معادله $\sqrt{\sqrt{x+3}-x} = 1 + \sqrt{1-x}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) هیچ

پاسخ: () .

(تالیفی)

تمرین ۹۰: حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $\sqrt{x^2+4x+5} = x^2+4x+3$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) -۲

پاسخ: () .

(تالیفی)

تمرین ۹۱: به ازای کدام مقدار a معادله $\sqrt{3x^2-7x+2} + \sqrt{2x^2+4x-ax-2a} = 0$ ، ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۴, $\frac{2}{3}$ (۴)۴, $-\frac{1}{3}$ (۳)۲, $\frac{3}{2}$ (۲)(۱) $2, \frac{2}{3}$

پاسخ: () .